

## 4.0

### TAREA 1:

Daniela Congote Osorio c.c. 1152458345

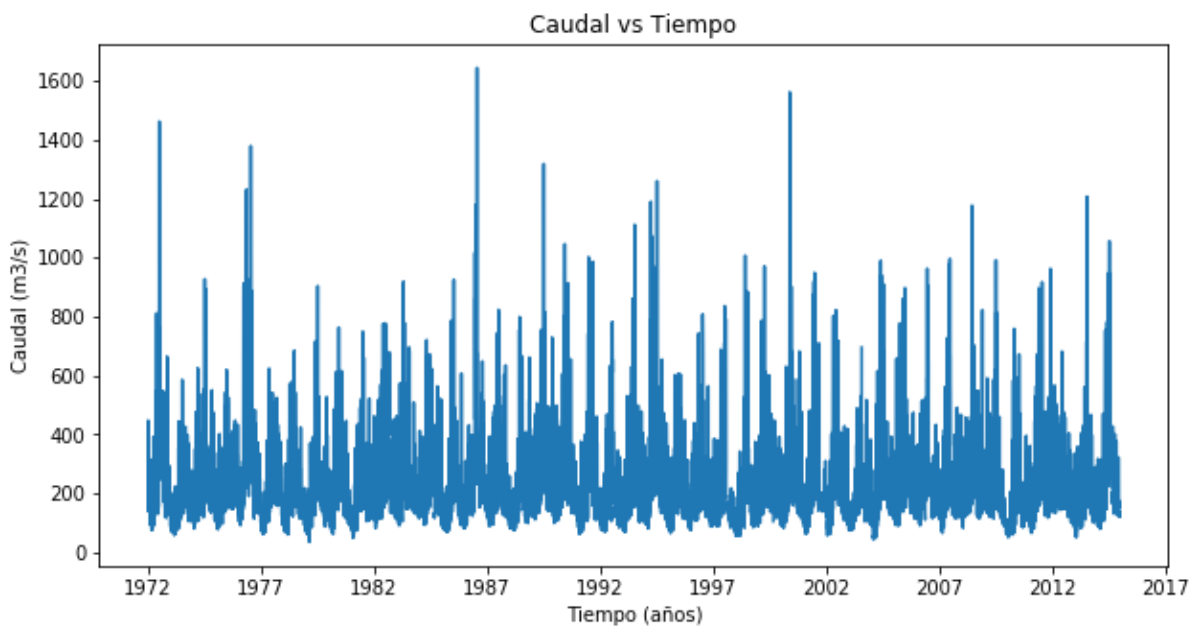
Santiago Builes Villegas c.c. 1017241133

A continuación, se describe el procedimiento realizado para analizar el comportamiento de una serie de caudales diarios, utilizando herramientas estadísticas.

La serie de tiempo contiene 43 años de medidas de caudales diarios, desde enero 1, 1972 hasta diciembre 31, 2014. La estación meteorológica asociada a la cuenca se llama Puente Balseadero y se encuentra en el departamento del Huila en el municipio de Agrado. El río principal de esta cuenca es tributario del río Magdalena y el área de la cuenca es de 5.654,580 km<sup>2</sup> [1].

Para la comprensión del comportamiento de los caudales a través del tiempo, se procede a realizar un análisis estadístico de la serie de datos.

En primer lugar, se grafica la serie de caudales diarios con el fin de obtener una visión general de esta.



Gráfica 1. Serie de tiempo de caudales diarios

En la gráfica 1, se puede observar que se presentan algunos valores atípicos, con caudales de hasta 1600 m<sup>3</sup>/s. Al ver la gráfica, se puede notar que la media de la serie no es muy variable a través del tiempo, lo cual será demostrado más adelante a través de otros análisis estadísticos.

Índices de localización (m <sup>3</sup> /s)	
Media	213,48
Percentil 25 (P25)	133,20
Percentil (P50)	178,30
Percentil (P75)	252,00
Índices de dispersión (m <sup>3</sup> /s)	
Desviación estándar (std)	131,15

Mediana?

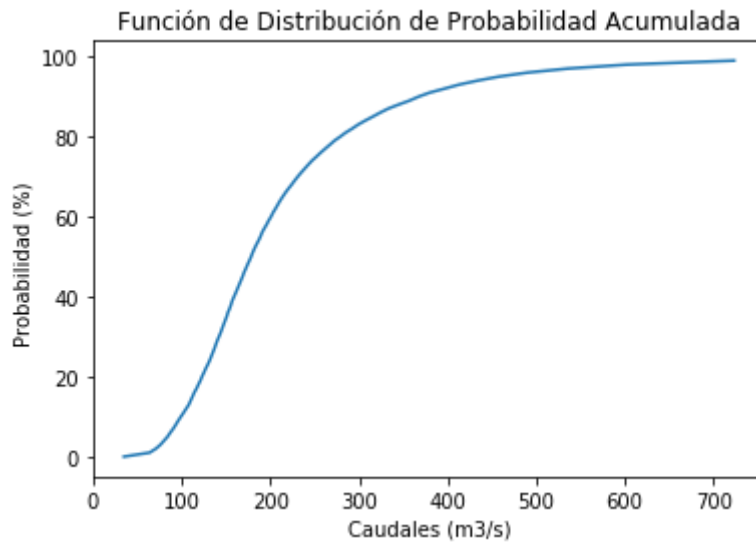
Rango intercuartílico (IQR)	118,80
<b>Índices de simetría (m3/s)</b>	
Yule-Kendall	0,24
Coeficiente de curtosis	11.01
Coeficiente de asimetría	2.57

**Tabla 1. Índices estadísticos**

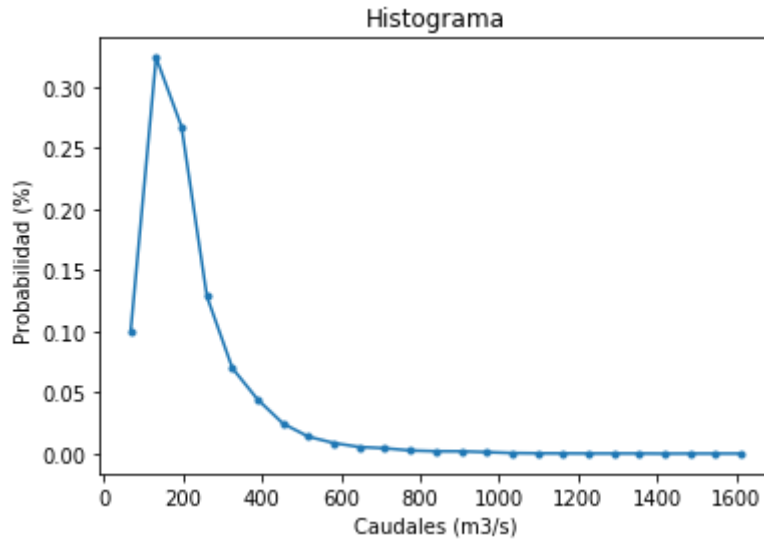
Haciendo un análisis de los resultados obtenidos en la Tabla 1, se puede observar que los datos se encuentran concentrados en torno a la media y son asimétricos hacia la derecha, esto lo indican los índices de simetría, al ser los tres positivos.

La mediana es significativamente menor que la media, lo cual evidencia la presencia de valores atípicos que puedan afectar este índice de localización.

A continuación, se realiza el histograma y la Función de Distribución de Probabilidad Acumulada, esto con el fin de obtener información acerca de cómo están distribuidos los datos con respecto a la magnitud de los caudales.



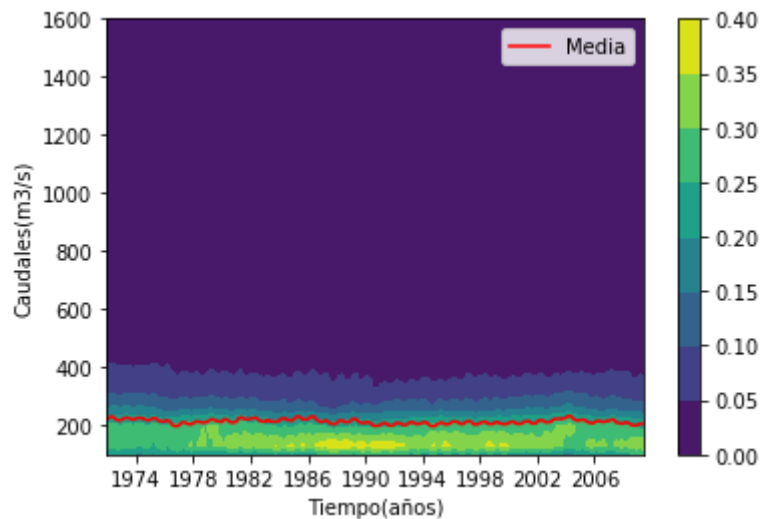
**Gráfica 2. Función de distribución de probabilidad acumulada.**



**Gráfica 3. Histograma.**

En la gráfica 3, se puede observar que la mayor frecuencia de caudales se encuentra aproximadamente en los caudales de magnitud próxima a 200 m<sup>3</sup>/s. Esto es coherente con la media la cual es de 213,48 m<sup>3</sup>/s. Por su parte los valores extremos tienen muy poca probabilidad de ocurrencia y pueden estar asociados a eventos naturales extremos como tormentas o fenómenos de variabilidad climática como el ENSO.

Posteriormente, es necesario analizar la estacionariedad de la serie de caudales, lo cual nos indica si los momentos estadísticos cambian a través del tiempo. Para concluir si la serie es estacionaria o no, se debe evaluar la estacionariedad en cada uno de los índices. Para realizar esto se propone una ventana móvil de 5 años y se analiza el cambio a través del tiempo, de los histogramas y los índices de localización (media, mediana, percentil 10, percentil 90), de dispersión (desviación estándar e IQR), y de simetría (Yule-Kendall). A continuación, se presentan las gráficas con su respectivo análisis, que evidencian o no la estacionariedad.



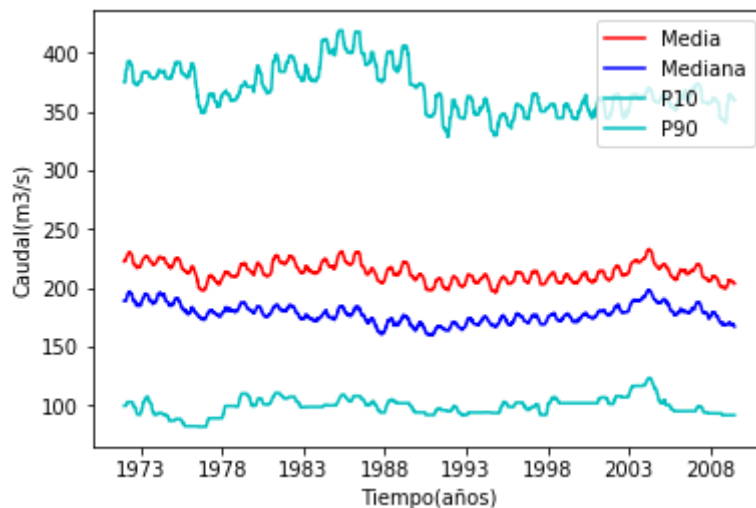
**Gráfica 4. Histogramas y media móvil.**

En la gráfica 4, se puede analizar la estacionariedad de la serie de caudales. Los caudales entre 0 y 200 m<sup>3</sup>/s, varían significativamente, en la distribución de las frecuencias con el tiempo. Esto lo indica el cambio en las tonalidades de amarillos y verdes en la gráfica, que corresponden a los cambios en la desviación estándar. Lo anterior, indica que los histogramas no se comportan de forma estacionaria.

Cabe resaltar que los caudales de mayor magnitud mantienen patrones de frecuencia similares con los años, lo cual se puede deber a que su probabilidad de ocurrencia es muy baja, independiente del año de análisis.

La media, por el contrario, si se comporta de forma estacionaria, al no existir una variabilidad significativa en su magnitud, con el pasar de los años.

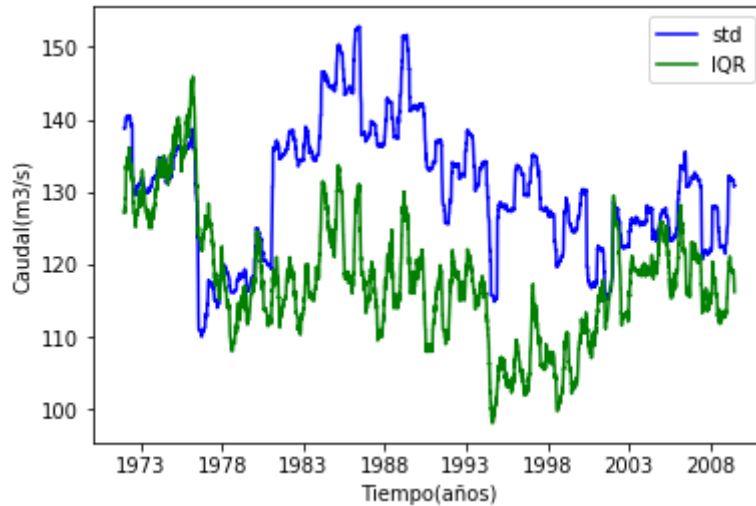
En los años afectados por el fenómeno ENSO, se esperaría que la media tuviera un cambio respecto a los otros años, pero al ser este un fenómeno recurrente y tomar una ventana de 5 años en una serie de 43 años, esta variabilidad, se vuelve menos notoria.



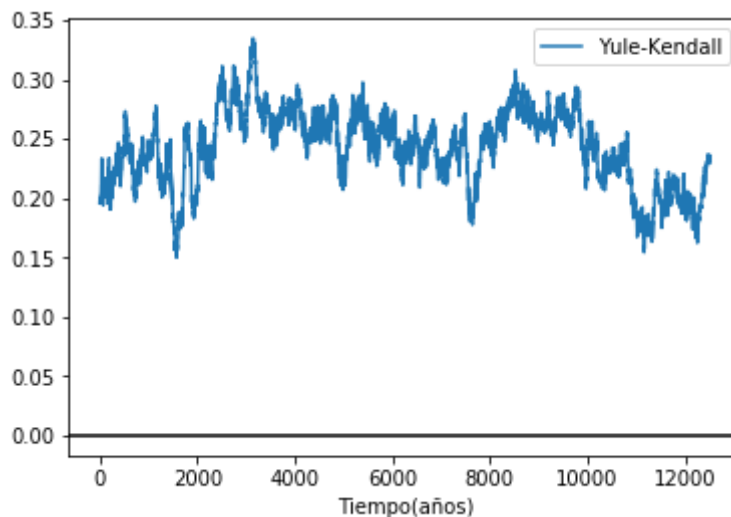
Gráfica 5. Índices de localización a través del tiempo.

En la gráfica 5, se puede ver nuevamente que la media es estacionaria, al igual que la mediana y el P10. Sin embargo, no se puede decir con certeza si el P90, es o no estacionario.

Adicionalmente, la media móvil es más alta que la mediana móvil, lo que indica nuevamente una alteración de los datos, causada por caudales extremos en la cuenca.



Gráfica 6. Índices de dispersión a través del tiempo.



Gráfica 7. Yule-Kendall a través del tiempo.

En la gráfica 6, se corrobora lo discutido en la gráfica 4, donde se concluía que la desviación estándar no era estacionaria. Igualmente, el rango intercuartílico, tampoco es estacionario. Esto se puede observar en la gráfica, por la significativa variabilidad de estos índices de dispersión, a lo largo de los años.

Por lo tanto, en esta serie de datos, los índices de localización tienden a comportarse de forma más estacionaria que los de dispersión.

En la gráfica 7, es notorio que el índice de simetría, de Yule-Kendall, siempre es positivo. Esto indica que la serie de caudales es asimétrica hacia la derecha. Por otro lado, no es muy clara, la estacionariedad de este índice.

Para finalizar, se realiza la prueba de Mann Kendall, con el fin de evaluar si existe tendencia en la serie.

En primer lugar, se procede a plantear una hipótesis nula ( $H_0$ =aleatoriedad), la cual se busca rechazar. Para ello, se encuentra el estadístico z de Mann Kendall (-1.98), y se compara con el z de la

distribución normal estándar (1.96), considerando un nivel de confianza del 95%. Para lo cual se sabe que se rechaza la hipótesis nula  $H_0$ , si se cumple lo siguiente:  $|Z_{MK}| \geq Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  [3]

Dado que se cumple la condición presentada ( $|-1.98| \geq 1.96$ ), la hipótesis nula se rechaza.

**tiene esto algún significado físico? y los demás estadísticos?**

#### **Conclusiones:**

- A través del análisis estadístico realizado a la serie de caudales diarios, se concluye que esta serie no cumple con la hipótesis de estacionariedad. Esto se evidencia en el análisis temporal de los histogramas (gráfica 4). Para que exista estacionariedad la probabilidad conjunta de las variables aleatorias  $X(t_1), \dots, X(t_2)$  debe ser igual a la distribución conjunta de  $X(t_1+t), \dots, X(t_2+t)$  para cualquier  $t$  [2]. Por lo anterior, aun cuando, algunos momentos estadísticos (media, mediana), se comportan de forma estacionaria, la serie en su conjunto no es estacionaria.
- Los caudales extremos, a pesar de tener poca frecuencia, afectan de forma considerable a la media de la serie de datos. Esto demuestra la poca resistencia que tiene la media y la importancia de utilizar medidas más resistentes de localización, como la mediana, lo cual permite comprender de forma más clara, el comportamiento de la serie de caudales.
- Los caudales de la serie de estudio presentan un comportamiento no aleatorio. Lo cual se demuestra por medio de la prueba de tendencia de Mann Kendall.

#### **Referencias:**

- [1] IDEAM, «Datos abiertos,» [En línea]. Disponible en: <https://www.datos.gov.co/Ambiente-y-Desarrollo-Sostenible/Cat-logo-Nacional-de-Estaciones-del-IDEAM/hp9r-jxuu/data>. [Último acceso: 02 09 2018].
- [2] G. Poveda y D. M. Álvarez, «El colapso de la hipótesis de estacionariedad por cambio y variabilidad climática: implicaciones para el diseño hidrológico en ingeniería,» Revista de ingeniería, nº 36, p. 9, 2012. Disponible en: <http://www.redalyc.org/html/1210/121025826012/>. [Último acceso: 01 09 2018].
- [3] [En línea]. Disponible en: [https://vsp.pnnl.gov/help/vsample/design\\_trend\\_mann\\_kendall.htm](https://vsp.pnnl.gov/help/vsample/design_trend_mann_kendall.htm). [Último acceso: 07 09 2018].